

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
цифровых технологий

 / Кургалин С.Д.

22.04.2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.ДВ.02.02 АЛГОРИТМЫ ТОМОГРАФИИ

- 1. Код и наименование направления подготовки:**
02.03.01 Математика и компьютерные науки
- 2. Профиль подготовки:**
математическое и программное обеспечение информационных систем и технологий
- 3. Квалификация выпускника:**
бакалавр
- 4. Форма обучения:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:**
кафедра цифровых технологий
- 6. Составители программы:**
Киселев Е. А., кандидат физико-математических наук
- 7. Рекомендована:**
НМС ФКН (протокол № 5 от 05.03.24)
- 8. Учебный год:** 2025-2026 **Семестр:** 4

9. Цели и задачи учебной дисциплины

Целями освоения учебной дисциплины являются:

- ознакомление с математическим аппаратом, применяемым в рентгеновской компьютерной томографии;
- овладение базовыми навыками компьютерного построения изображения внутренней структуры объекта.

Задачи учебной дисциплины:

- изучение физических моделей рентгеновской томографии;
- изучение математического аппарата преобразований Фурье и Радона;
- формирование у обучающихся умений и навыков практического применения некоторых базовых алгоритмов цифровой обработки сигналов;
- формирование у обучающихся умений и навыков практического применения основных методов восстановления изображения в трансмиссионной томографии.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина относится к вариативной части учебного плана (дисциплина по выбору).

Для успешного освоения дисциплины необходимо предварительное изучение математического анализа, линейной алгебры, аналитической геометрии.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-1	Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий	ПК-1.1	Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий	Знать: математические основы обработки изображений, теоретические основы преобразований Фурье и Радона
		ПК-1.2	Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике	Уметь: применять известные модели рентгеновской томографии для решения задач профессиональной деятельности
		ПК-1.3	Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в математике и информатике	Владеть: навыками анализа моделей рентгеновской томографии и оценки их работы
ПК-3	Способен создавать и исследовать новые математические модели в естественных	ПК-3.1	Знает основные методы проектирования и производства программного продукта, принципы построения, структуры	Знать: основные библиотеки для обработки изображений

	науках, промышленности и бизнесе, с учетом возможностей современных информационных технологий и программирования и компьютерной техники		и приемы работы с инструментальными средствами, поддерживающими создание программных продуктов и программных комплексов, их сопровождения, администрирования и развития (эволюции)	
		ПК-3.2	Умеет использовать методы проектирования и производства программного продукта, принципы построения, структуры и приемы работы с инструментальными средствами, поддерживающими создание программного продукта	Уметь: использовать математический аппарат для построения алгоритмов восстановления изображения, а также программной реализации этих алгоритмов
		ПК-3.3	Имеет практический опыт применения указанных выше методов и технологий	Владеть: навыками самостоятельного выбора методов для решения различных задач профессиональной деятельности
ПК-4	Способен использовать современные методы разработки и реализации конкретных алгоритмов математических моделей на базе языков программирования и пакетов прикладных программ моделирования	ПК-4.1	Знает современные методы разработки и реализации алгоритмов математических моделей на базе языков и пакетов прикладных программ моделирования	Знать: основные модели рентгеновской томографии, способы их программной реализации
		ПК-4.2	Умеет разрабатывать и реализовывать алгоритмы математических моделей на базе языков и пакетов прикладных программ моделирования	Уметь: грамотно применять существующие пакеты прикладных программ для обработки изображений в томографии
		ПК-4.3	Имеет практический опыт разработки и реализации алгоритмов на базе языков и пакетов прикладных программ моделирования	Владеть: навыками практического применения методов томографии для решения прикладных задач

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час — 2/72.

Форма промежуточной аттестации: зачет

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость	
	Всего	По семестрам
		4 семестр
Аудиторные занятия	48	48
в том числе:	лекции	16
	практические	16
	лабораторные	16
Самостоятельная работа	24	24
в том числе: курсовая работа (проект)		
Форма промежуточной аттестации (зачет)		
Итого:	72	72

13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК*
1. Лекции			
1.1	Модели томографии	Уравнения трансмиссионной томографии. Уравнения эмиссионной томографии. Схемы сканирования.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5475
1.2	Математический аппарат томографии	Преобразование Фурье. Преобразование Радона. Экспоненциальное преобразование Радона.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5475
1.3	Алгоритмы восстановления изображения	Алгоритм свёртки и обратной проекции. Фурье-алгоритм. Алгебраические алгоритмы. Некорректные задачи.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5475
2. Практические и лабораторные занятия			
2.1	Модели томографии	Схемы сканирования. Компьютерное моделирование процесса сканирования.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5475
2.2	Математический аппарат томографии	Свойства преобразования Фурье. Свойства преобразования Радона.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5475
2.3	Алгоритмы восстановления изображения	Фурье-алгоритм. Алгоритм свёртки и обратной проекции. Алгебраические алгоритмы.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5475

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)			
		Лекции	Практические /Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Модели томографии	4	4/4	4	16
2	Математический аппарат томографии	6	6/6	10	28
3	Алгоритмы восстановления изображения	6	6/6	10	28
	Итого:	16	16/16	24	72

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Освоение дисциплины складывается из аудиторной работы (учебной деятельности, выполняемой под руководством преподавателя) и внеаудиторной работы (учебной деятельности, реализуемой обучающимся самостоятельно).

Аудиторная работа состоит из работы на лекциях и выполнения практических заданий в объёме, предусмотренном учебным планом. Лекция представляет собой последовательное и систематическое изложение учебного материала, направленное на знакомство обучающихся с основными понятиями и теоретическими положениями изучаемой дисциплины.

Лекционные занятия формируют базу для практических занятий, на которых полученные теоретические знания применяются для решения конкретных практических задач. Обучающимся для успешного освоения дисциплины рекомендуется вести конспект лекций и практических занятий.

Самостоятельная работа предполагает углублённое изучение отдельных разделов дисциплины с использованием литературы, рекомендованной преподавателем, а также конспектов лекций, конспектов практических занятий. В качестве плана для самостоятельной работы может быть использован раздел 13.1 настоящей рабочей программы, в котором зафиксированы разделы дисциплины и их содержание. В разделе 13.2 рабочей программы определяется количество часов, отводимое на самостоятельную работу по каждому разделу дисциплины. Большее количество часов на самостоятельную работу отводится на наиболее трудные разделы дисциплины. Для самостоятельного изучения отдельных разделов дисциплины используется перечень литературы и других ресурсов, перечисленных в пунктах 15 и 16 настоящей рабочей программы. Обязательным элементом самостоятельной работы является выполнение домашнего задания.

Успешность освоения дисциплины определяется систематичностью и глубиной аудиторной и внеаудиторной работы обучающегося.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения требуется выполнять все указания преподавателей, вовремя подключаться к онлайн-занятиям, ответственно подходить к заданиям для самостоятельной работы.

В рамках дисциплины предусмотрено проведение трёх текущих аттестаций за семестр. Результаты текущей успеваемости учитываются при выставлении оценки по промежуточной аттестации в соответствии с положением П ВГУ 2.1.04.16–2019 «Положение о текущей и промежуточной аттестации знаний, умений и навыков обучающихся на факультете компьютерных наук Воронежского государственного университета с использованием балльно-рейтинговой системы».

Обучение лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с учетом их индивидуальных психофизических особенностей и в соответствии с индивидуальной программой реабилитации. Для лиц с нарушением слуха при необходимости допускается присутствие на лекциях и практических занятиях ассистента, а также сурдопереводчиков и тифлосурдопереводчиков. Промежуточная аттестация для лиц с нарушениями слуха проводится в письменной форме, при этом используются общие критерии оценивания. При необходимости время подготовки на зачете может быть увеличено. Для лиц с нарушением зрения допускается аудиальное предоставление информации (например, с использованием программ-синтезаторов речи), а также использование на лекциях звукозаписывающих устройств (диктофонов и т.д.). На лекциях и практических занятиях при необходимости допускается присутствие ассистента. При проведении промежуточной аттестации для лиц с нарушением зрения тестирование может быть заменено на устное собеседование по вопросам. При необходимости время подготовки на зачете может быть увеличено. Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата при необходимости

допускается присутствие ассистента на лекциях и практических занятиях. Промежуточная аттестация для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата проводится на общих основаниях, при необходимости процедура зачета может быть реализована дистанционно.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Сизиков, В. С. Прямые и обратные задачи восстановления изображений, спектроскопии и томографии с MatLab : учебное пособие / В. С. Сизиков. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 412 с. — ISBN 978-5-8114-2754-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — <URL: https://e.lanbook.com/book/210080 >
2	Федотов, А. А. Введение в цифровую обработку биомедицинских изображений : учебное пособие / А. А. Федотов. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 108 с. — ISBN 978-5-8114-3458-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — <URL: https://e.lanbook.com/book/206105 >
3	Федотов, А. А. Прикладная обработка биомедицинских изображений в среде MATLAB : учебное пособие / А. А. Федотов. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 92 с. — ISBN 978-5-8114-3471-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — <URL: https://e.lanbook.com/book/206108 >

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Алгоритмы томографии : учебно-методическое пособие / М. А. Долгополов [и др.] . — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2021. — 48 с. — ISBN 978-5-9273-3249-6.
2	Гонсалес, Р. Цифровая обработка изображений : практические советы / Р. Гонсалес, Р. Вудс ; пер. П. А. Чочиа ; пер. Л. И. Рубанова . — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Техносфера, 2012 . — 1104 с. : ил., табл., схем. — (Мир цифровой обработки) . — http://biblioclub.ru/ . — ISBN 978-5-94836-331-8. — <URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=233465 >
3	Митракова, Н. Н. Компьютерная томография : конспект лекций / Н. Н. Митракова, А. О. Евдокимов ; Поволжский государственный технологический университет . — Йошкар-Ола : ПГТУ, 2013 . — 125 с. : схем., ил. — Библиогр.: с. 120-121. — http://biblioclub.ru/ . — ISBN 978-5-8158-1064-8. — <URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=439250 >
4	Наттерер Ф. Математические аспекты компьютерной томографии / Ф. Наттерер. — Москва : Мир, 1990. — 288 с. — ISBN 5-03-001355-5.
5	Федоров Г. А. Однофотонная вычислительная томография : учебное пособие / Г. А. Федоров. — Москва : МИФИ, 2008. — 204 с. — ISBN 978-5-7262-0979-1.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет):

№ п/п	Ресурс
1	ЗНБ ВГУ: https://lib.vsu.ru/
2	Электронно-библиотечная система "Университетская библиотека online": http://biblioclub.ru/
3	Электронно-библиотечная система "Лань": https://e.lanbook.com/
4	Электронно-библиотечная система "Консультант студента": http://www.studmedlib.ru
5	Электронный университет ВГУ: https://edu.vsu.ru/

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Алгоритмы томографии : учебно-методическое пособие / М. А. Долгополов [и др.] . — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2021. — 48 с. — ISBN 978-5-9273-3249-6.
2	Наттерер Ф. Математические аспекты компьютерной томографии / Ф. Наттерер. — Москва : Мир, 1990. — 288 с. — ISBN 5-03-001355-5.
3	Сизиков, В. С. Прямые и обратные задачи восстановления изображений, спектроскопии и

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение)

При реализации дисциплины могут использоваться технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии на базе портала edu.vsu.ru, а также другие доступные ресурсы сети Интернет.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Аудитория для лекционных занятий: мультимедиа-проектор, экран для проектора, компьютер с выходом в сеть «Интернет». Специализированная мебель (столы ученические, стулья, доска). Программное обеспечение: LibreOffice v.5-7, программа для просмотра файлов формата pdf, браузер.

Аудитория для практических занятий: специализированная мебель (столы ученические, стулья, доска).

Аудитория для лабораторных занятий: компьютеры с выходом в сеть «Интернет» и доступом к электронным библиотечным системам, специализированная мебель (столы ученические, стулья, доска). Программное обеспечение: Anaconda/Python, MATLAB “Total Academic Headcount – 25”, LibreOffice v.5-7, программа для просмотра файлов формата pdf, браузер.

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Разделы 1-3	ПК-1	ПК-1.1	Лабораторная работа
2	Разделы 2-3	ПК-1	ПК-1.2	Лабораторная работа
3	Разделы 2-3	ПК-1	ПК-1.3	Лабораторная работа
4	Разделы 1-3	ПК-3	ПК-3.1	Лабораторная работа
5	Разделы 2-3	ПК-3	ПК-3.2	Лабораторная работа
6	Разделы 2-3	ПК-3	ПК-3.3	Лабораторная работа
7	Разделы 2-3	ПК-4	ПК-4.1	Лабораторная работа
8	Разделы 2-3	ПК-4	ПК-4.2	Лабораторная работа
9	Разделы 2-3	ПК-4	ПК-4.3	Лабораторная работа
Промежуточная аттестация форма контроля – зачет				Комплект КИМ

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: лабораторная работа

Перечень лабораторных работ:

1. Компьютерная визуализация распределения прямых сканирования в параллельной и веерной схемах.
2. Математическое моделирование процесса сканирования в ТРКТ.
3. Восстановление изображения в ТРКТ с помощью Фурье-алгоритма.
4. Восстановление изображения в ТРКТ с помощью алгоритма свертки и обратной проекции.
5. Применение алгебраических методов в томографии.

Типовое задание для лабораторной работы

Лабораторная работа № 1

«Компьютерная визуализация распределения прямых сканирования в параллельной и веерной схемах»

Цель работы: ознакомиться с принципами проведения сбора данных в компьютерной томографии.

Требования к выполнению работы: выполнение лабораторной работы предусматривает написание программы, реализующей компьютерную модель процесса перемещения излучателей и датчиков в томографе. Отчёт о работе проводится в виде собеседования и заключается в демонстрации работы программы, объяснении принципов работы алгоритма и ответов на дополнительные вопросы.

Критерии оценки: для получения оценки «зачтено» необходимо показать высокий уровень владения теоретическим материалом, уметь объяснить принцип работы написанной программы, верно ответить на дополнительные вопросы.

Задание: написать программу, которая при заданном количестве датчиков, расстоянии между ними, размере области сканирования и количестве ракурсов визуализирует весь набор прямых сканирования. Проверить работу программы на контрольных примерах: 3 датчика, 4 ракурса; 4 датчика, 5 ракурсов; 100 датчиков, 200 ракурсов.

Приведённые ниже задания рекомендуется использовать при проведении диагностических работ для оценки остаточных знаний по дисциплине

Задания с выбором ответа

№	Задание	Варианты ответа	Верный ответ
1	Является ли преобразование Фурье линейным оператором?	a) да b) нет	a
2	Является ли ослабленное преобразование Радона линейным оператором?	a) да b) нет	b
3	Ослабленное преобразование Радона используется в трансмиссионной рентгеновской компьютерной томографии	a) да b) нет	b

	(ТРКТ)?		
4	Экспоненциальное преобразование Радона используется в трансмиссионной рентгеновской компьютерной томографии (ТРКТ)?	a) да b) нет	b
5	В каких единицах в СИ измеряется интенсивность излучения I?	a) Дж b) Дж/м ² c) Дж/(м ² ·с)	c
6	Что произойдет с образом Фурье функции, если ее сдвинуть по времени вправо на некоторую величину a?	a) сдвинется по частоте на a вправо b) сдвинется по частоте на a влево c) в нем появится дополнительный экспоненциальный множитель	c
7	Что произойдет с образом Фурье функции, если ее растянуть вдоль временной оси в 2 раза?	a) растянется вдоль частотной оси в 2 раза и умножится на 2 b) сожмется вдоль частотной оси в 2 раза и умножится на 2 c) в нем появится дополнительный экспоненциальный множитель	b
8	Во что переходит операция дифференцирования в образах Фурье?	a) в операцию дифференцирования b) в умножение на экспоненциальный множитель c) в умножение на степенную функцию	c
9	В основе Фурье-алгоритма восстановления изображения лежит:	a) проекционная теорема b) свертка преобразования Радона с фильтрующей функцией c) оба ответа верные	a
10	При реализации алгоритма свертки и обратной проекции (АСОП) обычно используют:	a) фильтр низких частот (ФНЧ) b) фильтр высоких частот (ФВЧ) c) оба варианта недопустимы	a

Задания с кратким ответом

№	Задание	Верный ответ
1	Вычислите значение преобразования Фурье функции $f(x)=6\exp(-2x^2)$ в точке $\omega=0$. <i>Справочная информация:</i> образ Фурье функции $\exp(-x^2/2)$ равен $\exp(-\omega^2/2)$.	3
2	Вычислите значение преобразования Фурье в точке $\omega=\pi/2$ прямоугольного импульса амплитудой 5, заданного на отрезке $[-2, 2]$. <i>Справочная информация:</i> образ Фурье прямоугольного импульса амплитудой 1, заданного на отрезке $[-1, 1]$, равен $(2/\pi)^{1/2}\text{sinc}(\omega)=(2/\pi)^{1/2}\sin(\omega)/\omega$.	0
3	Прямая сканирования задана уравнением $3x+4y-10=0$. На каком расстоянии от начала координат она проходит?	2
4	Излучатель находится в точке $(-6, -8)$, а датчик в точке $(6, 8)$. Найдите значение преобразования Радона, соответствующего этой прямой сканирования, если известно, что луч на всем пути распространяется в среде с коэффициентом поглощения $\mu=0.5$.	10
5	Излучатель находится в точке $(-4, -3)$, а датчик в точке $(4, 3)$. Найдите значение преобразования Радона, соответствующего этой прямой сканирования, если известно, что луч распространяется в среде с коэффициентом поглощения $\mu=0.2$.	2

Задания с развёрнутым ответом

Задание 1. Параллельная и веерная схемы сканирования. В чем их достоинства и недостатки?

Ответ: Параллельная схема: прямые сканирования для данного угла съемки параллельны. Количество излучателей равно количеству датчиков. Достоинства: по этой схеме удобно вести расчеты. Недостатки: много излучателей (либо один, но приводится в движение с помощью сложного механизма).

Веерная схема: от одного излучателя исходит пучок лучей по разным направлениям. Достоинства: используется всего один излучатель. Недостатки: вести расчеты сложнее, чем в случае с параллельной схемой.

Задание 2. Показания датчиков интенсивности излучения в трансмиссионной рентгеновской компьютерной томографии (ТРКТ) и распределение коэффициента поглощения среды. Преобразование Радона.

Ответ: Линейный закон поглощения (I – интенсивность, μ – коэффициент поглощения, dl – элемент длины):

$$\frac{dI}{I} = -\mu(x, y)dl.$$

Уравнение прямой сканирования в параметрическом виде ($\vec{\Theta}$ – вектор нормали, $\vec{\Theta}^\perp$ – направляющий вектор, s – расстояние до начала координат):

$$\vec{r} = s\vec{\Theta} + t\vec{\Theta}^\perp.$$

Преобразование Радона (I_0 – начальная интенсивность, I_1 – конечная):

$$\ln \frac{I_0}{I_1} = (Rf)(\vec{\Theta}, s) = \int_{-\infty}^{\infty} \mu(s\vec{\Theta} + t\vec{\Theta}^\perp) dt.$$

Задание 3. Сформулируйте и докажите свойство преобразования Фурье, связанное со сдвигом аргумента.

Ответ: Свойство:

$$[f(x + b)]^\wedge(\xi) = e^{ib\xi} \hat{f}(\xi).$$

Доказательство:

Согласно определению преобразования Фурье

$$[f(x + b)]^\wedge(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x + b) e^{-ix\xi} dx \ominus$$

Сделаем замену переменных

$$x + b = t, \quad x = t - b, \quad dx = dt, \quad e^{-ix\xi} = e^{-it\xi} \cdot e^{ib\xi},$$

$$\ominus \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-it\xi} \cdot e^{ib\xi} dt = e^{ib\xi} \hat{f}(\xi).$$

Задание 4. Сформулируйте и докажите свойство преобразования Фурье, связанное со сжатием/растяжением функции.

Ответ: Свойство:

$$[f(\alpha x)]^\wedge(\xi) = \frac{1}{\alpha} \hat{f}\left(\frac{\xi}{\alpha}\right), \quad \alpha > 0.$$

Доказательство:

Согласно определению преобразования Фурье

$$[f(\alpha x)]^\wedge(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(\alpha x) e^{-ix\xi} dx \ominus$$

Сделаем замену переменных

$$\alpha x = t, \quad x = \frac{t}{\alpha}, \quad dx = \frac{dt}{\alpha}, \quad e^{-ix\xi} = e^{-it\xi/\alpha},$$

$$\ominus \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-it\xi/\alpha} dt / \alpha = \frac{1}{\alpha} \hat{f}\left(\frac{\xi}{\alpha}\right).$$

Задание 5. Сформулируйте и докажите проекционную теорему.

Ответ: Проекционная теорема:

$$(Rf)^\wedge(\vec{\Theta}, \sigma) = \sqrt{2\pi} \hat{f}(\sigma \cdot \vec{\Theta}).$$

Доказательство:

Выпишем вначале преобразование Фурье по переменной s

$$\begin{aligned} (Rf)^\wedge(\vec{\Theta}, \sigma) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} (Rf)(\vec{\Theta}, s) e^{-is\sigma} ds = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\int_{-\infty}^{\infty} f(s\vec{\Theta} + t\vec{\Theta}^\perp) dt \right) e^{-is\sigma} ds \ominus \end{aligned}$$

Сделаем замену переменных

$$\vec{r} = s\vec{\Theta} + t\vec{\Theta}^\perp$$

или в координатах

$$\begin{cases} x = s \cos \varphi - t \sin \varphi, \\ y = s \sin \varphi + t \cos \varphi. \end{cases}$$

Выразим s через \vec{r} и $\vec{\Theta}$, умножив скалярно уравнение прямойсканирования на $\vec{\Theta}$

$$\vec{r} \cdot \vec{\Theta} = (\vec{r}, \vec{\Theta}) = (s\vec{\Theta}, \vec{\Theta}) + (t\vec{\Theta}^\perp, \vec{\Theta}) = s.$$

Вычислим Якобиан преобразования

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial x}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial y}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial \varphi} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{vmatrix} = \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi = 1, \quad ds dt = dx dy,$$

$$\ominus \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \iint_{\mathbb{R}^2} f(\vec{r}) e^{-i\vec{r} \cdot \vec{\Theta} \cdot \sigma} dx dy = \sqrt{2\pi} \hat{f}(\sigma \cdot \vec{\Theta}).$$

Критерии оценивания	Шкала оценок (в баллах)
Обучающийся дал полный ответ.	3 балла
Обучающийся дал полный ответ. Допускаются незначительные неточности.	2 балла
Обучающийся дал частичный ответ. Ответ не содержит грубых ошибок.	1 балл
Отсутствует большая часть ответа. Присутствуют грубые ошибки.	0 баллов

20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: комплект КИМ

Перечень вопросов к зачёту:

1. Основные предположения модели трансмиссионной томографии.
2. Вывод уравнений ТРКТ.
3. Вывод уравнений ОФЭКТ.
4. Схемы сканирования.
5. Формулы прямого и обратного преобразования Фурье.
6. Свойства преобразования Фурье.
7. Свойства преобразования Радона.
8. Свойства экспоненциального преобразования Радона.
9. Краткое описание Фурье-алгоритма.
10. Краткое описание алгоритма свёртки и обратной проекции.
11. Алгоритм свёртки и обратной проекции: фильтрующая функция.
12. Определение и примеры некорректно поставленных задач.

КИМ состоит из двух вопросов из перечня. На подготовку дается 1 час, после чего проводится собеседование, в ходе которого могут быть заданы дополнительные и уточняющие вопросы.

Критерии оценивания:

1. Знание основных определений и теоретических положений.
2. Умение доказывать основные утверждения, теоремы и формулы.
3. Знание базовых методов и алгоритмов, используемых в компьютерной томографии.
4. Понимание области применения и особенностей практической реализации методов и алгоритмов томографии.

Для оценивания результатов обучения на зачёте используются оценки: «зачтено» и «не зачтено».

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Ответа обучающегося соответствует хотя бы половине из перечисленных критериев. Сформированные знания основных понятий, определений и теорем, изучаемых в курсе, возможно с затруднениями при воспроизведении.	Пороговый уровень	Зачтено
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует более чем половине из перечисленных	–	Не зачтено

показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные знания (либо их отсутствие) основных понятий, определений и теорем, используемых в курсе.		
---	--	--